研究ノート

数のリテラシーに関する基礎教育
Basic education for math literacy

高橋　勇一
Yuichi Takahashi

Abstract

Basic education in universities and colleges are facing a turning point. These days, people say that "pressure-free education" has the effect of the decline in scholastic ability. In particular, high school students and school children have lost interest in mathematics and science to an alarming degree. However, considering the social needs, to improve the quantitative skills has become a very important issue. In this paper, it is discussed about the inventive way to provide motivation. Also it is tried to show graphic solution in basic education for math literacy.

Key words：basic education, math literacy, inventive way, motivation, graphic solution

I　はじめに

大学・短大における基礎・教養教育は、一つの転機を迎えている。いわゆる「ゆとり教育」の影響もあるのだろう。また、学生確保という競争の中で、合格が早期に決まる推薦入試・AO 入試の学生が増加してきていることもあるだろう。実際、理数系の科目に関しては、高等学校において未履修や未修得の部分がある学生が少なくない。また、それ以上に、小中学生の時から「算数は嫌い」「数学は苦手」という声は目立つ。しかし、「学士課程答申」(中教審) 等からの要請にもあるように、「数学的リテラシー」や「数量的スキル」を向上させることは重要課題の一つとなっている。そこで、本稿では、学生の実情を踏まえつつ、数のリテラシーに関する基礎教育の創意工夫について論ずることを試みた。

ＯＥＣＤが進めているＰＩＳＡ調査によれば、「数学的リテラシー」[5),8)] は、「数学が世界で果たす役割を見つけ、理解し、現在及び将来の個人の生活、職業生活、友人や家族や親族との社会生活、建設的で関心を持った思慮深い市民としての生活において確実な数学的根拠に基づき判断を行い、数学に携わる能力」と定義されている。ここでは、そのリテラシーを限定して論じることにする。すなわち、「数のリテラシー」として、「数に関する法則や性質を理解すると同時に、確かな根拠に基づいて、尋ねられている問いを解決する能力」という意味で使用する。

Ⅱ　数の不思議と美しさ

1．数秘術

数のリテラシーに関しては、導入において、モチベーションをいかに高めるかが重要課題である。算数・数学に関して、苦手意識やトラウマがある場合は一筋縄でいかないことは言うまでもない。しかし、算数・数学は、不思議さや美しさで満ちているものでもある。まず、『数学の不思議』[1)] でも紹介されている「数秘術」を取り上げることは一つの方法であろう。創始者は、三平方の定理でも有名なピタゴラスであるという。一般的に、生年月日の数字の各々を足し、さらに各位の数を足し、最終的に一桁（11、22 等は例外あり）の数字を導き出す。その数字の持つ意味から、人生や運命を占うというものである。例えば、1992 年 4 月 2 日生まれの人であれば、「1＋9＋9＋2＋4＋2＝27」→「2＋7＝9」→「人生数＝ 9」となる。不思議なことに、どのような計算をしても、唯一の数に辿りつく。「1992＋4＋2＝1998」→「1＋9＋9＋8＝27」→「2＋7＝9」。「19＋92＋4＋2＝117」 →「1＋1＋7＝9」などである。この術を信じるかどうかは別として、数（加法）に潜む一つの法則を知ることができるのは確かだ。

2．算数・数学の手品

次に、「算数・数学の手品」[7)] などを紹介することも有効な手段であると考えられる。例えば、「好きな数をプレゼント」という有名な計算がある。

【問題 1】 1 ～ 9 の中で、最も好きな数を選び、その数に 12345679 をかけてみて下さい。すなわち、「(最も好きな数) × 12345679 = *********」を計算する。その「*********」に 9 をかけると、その答えは？

【解説・解答】

最も好きな数として、自分の人生数 7 を選んだとする。

$7 \times 12345679 = 86419753$

$86419753 \times 9 = 777777777$

したがって、最も好きな数 7 が 9 つ並ぶ。

これは、「乗法」における「結合法則」[3)] から容易に説明できる。

$(a \times b) \times c = a \times (b \times c)$ より、最も好きな数を（☆）とすると

（☆）$\times 12345679 \times 9 =$（☆）$\times (12345679 \times 9)$

$12345679 \times 9 = 111111111$ であるから

<u>答え＝（最も好きな数が 9 つ並ぶ）</u>

続いて、数あて手品を取り上げる。今度は、好きな数字 2 つを当てるというものである。

【問題 2】 数学手品（数あて手品）

①あなたの好きな一桁の数字を 2 つ（例えば、3 と 7 など）選んで下さい。

②そのうちの一つに、5 をかけて下さい。

③その答えに 3 を足して下さい。

④その答えに2をかけて下さい。
⑤その答えに、使わなかったもう一つの好きな数字を足して下さい。
→　あなたが選んだ数字は、スバリ、○と□？！

【解説・解答】
①例えば、3と7の場合を考える。
②$3\times5=15$、③$15+3=18$
④$18\times2=36$、⑤$36+7=43$
選んだ数字は、$43-6=37$より、3と7となる。
一般論として、2つの数字をmとnとして考えると、②〜⑤の計算は次のようになる。
$(5m+3)\times2+n=10m+n+6$
したがって、計算結果の数から6を引き、十の位と一の位を答えれば、ズバリ的中ということになる。

Ⅲ　計算の基本である乗法：積は面積

1．「10m＋5」×「10m＋5」の法則

計算の基本である乗法（かけ算）は、イメージとしては、平面図形の面積として捉えることができる。まず、一の位が5である二桁の数字（同数）の積に関する法則について確かめておく。

$15\times15=225$　$(1\times2=2)$
$25\times25=625$　$(2\times3=6)$
$35\times35=1225$　$(3\times4=12)$
$45\times45=2025$　$(4\times5=20)$
$55\times55=3025$　$(5\times6=30)$
$65\times65=4225$　$(6\times7=42)$
$75\times75=5625$　$(7\times8=56)$
……………………

これらから見出される法則は、①積の下二桁は25であること、②積の百以上の数は、（十の位の数）×（十の位の数＋1）であるということだ。このことは、面積図を利用すると、説明しやすい。具体的に35×35を考えると、図1のようになる。

(a) $=30\times30$
(b) + (c) $=5\times30+30\times5=30\times(5+5)$
$=30\times10$
(d) $=5\times5=25$
したがって、(a) + {(b) + (c)} + (d)
$=(30\times30+30\times10)+25$
$=30\times40+25$
$=(3\times4)\times100+25$

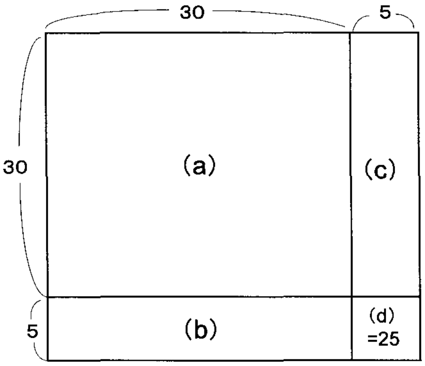

図1．35×35の面積図

2．インド式算数の一例（10n＋3×10n＋7）

十の位が同じ数、一の位を足すと10になるという2数の積についても、同様の面積図で説明できる。これは、インド式算数[6]の計算でよく紹介されているものである。

例えば、$24\times26=624$、$33\times37=1221$、$42\times48=2016$、$63\times67=4221$、$71\times79=4909$、$88\times82=7216$などで、これらの計算は、この仕組みを知っていれば瞬時に計算できる。具体的に、33×37については、図2のようになる。

(a) $=30\times30$
(b) + (c) $=3\times30+30\times7=30\times(3+7)$
$=30\times10$
(d) $=3\times7=21$
したがって、(a) + {(b) + (c)} + (d)
$=(30\times30+30\times10)+21$
$=30\times40+21$
$=(3\times4)\times100+21$

以上のように、算数・数学の世界には、法則の美しさがあることを理解することは大切なことである。また、面積図を活用した解法では、視覚的なイメージと確かな根拠をもって、正しい解答に至る可能性が高まると考えられる。別の言い方をすれば、数のリテラシーを学習する際には、豊かな感性と論理的思考力が試されるのである。

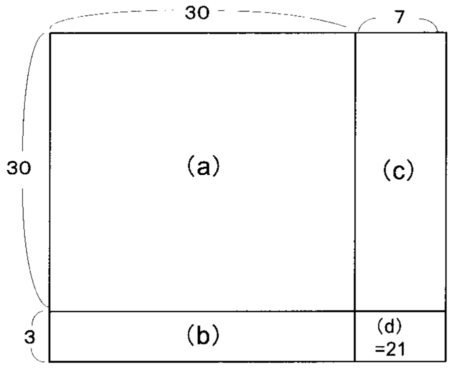

図2 . 33×37の面積図

Ⅳ SPI対応の問題を解く

基礎教育と言っても、現在の就職状況を鑑みると、入口から出口までの問題の把握と解決策を考慮することは重要である。そこで、ＳＰＩ対応としての面積図活用の有効性について考察しておく。

ＳＰＩとは、Synthetic Personality Inventoryの略で、1974年に株式会社リクルートが開発・実施してきた幾つかの適性検査を統合し、商品化した総合適性検査の名称である。「言語分野」と「非言語分野」で構成されるが、一般に差がつきやすいのは「非言語分野」である。瞬時にして正確な解答を出す、まさしく「数量的スキル」や「数学的リテラシー」といったものが求められている。

具体的に、計数問題の実戦問題を２題見ておく[4]。

【問題１】ツルとカメが合わせて21匹いて、足の数の合計は60本である。カメは何匹いるか。

Ａ７匹　Ｂ８匹　Ｃ９匹　Ｄ10匹　Ｅ11匹

Ｆ12匹　Ｇ13匹　Ｈ14匹

【解説・解答】

（１）模範解答は、次のとおりである[4]。

足の数が４本のカメが10匹と仮定する。足の数の合計は、

$4\times10+2\times(21-10)=62$（本）

合計を２本減らすには、カメを１匹減らす。

→ $10-1=9$(匹)　答え　C

（２）連立方程式で解くと次のようになる。

ツルをｘ（羽）、カメをｙ（匹）とおく。

$x+y=21$　…①

$2x+4y=60$　…②

①式を２倍すると、$2x+2y=42$　…③

②式－③式より、$2y=18$ → $y=9$（匹）

（３）視覚的に捉え、面積図で解くと図３のようになる。

カメの足の数の合計は左側の長方形、ツルの足の数の合計は右側の長方形の面積で表せる。①足の数の合計（全体の面積）は60（本）である。②もし、すべてがツルだと仮定すると、足の合計は、$2\times21=42$（本）である（斜線部分）。③足の数の合計における「実際」と「仮定」の差は、$60-42=18$（本）である。これは、左上の長方形の面積を意味する。④ツルとカメの足の数の差は２本であるから、カメは$18\div2=9$（匹）となる。

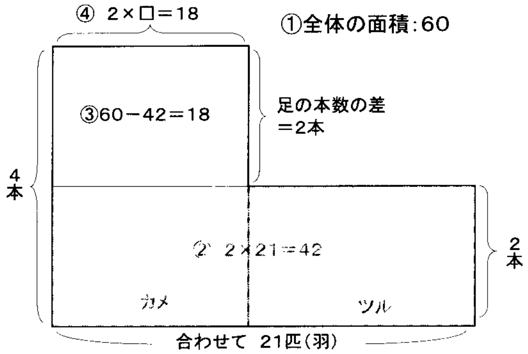

図3. 鶴亀算の面積図による解法

【問題２】太郎君は徒歩では１分間に70ｍ、駆では１分間に120ｍ進む。家から1090ｍ離れた駅まで行くのに、最初は徒歩で途中から駆け足で行ったら、12分かかった。徒歩で行ったのは何分間か。

Ａ３分間　Ｂ４分間　Ｃ５分間　Ｄ６分間

Ｅ７分間　Ｆ８分間　Ｇ９分間　Ｈ10分間

【解説・解答】

（１）模範解答は、次のとおりである[4]。

徒歩で５分間行ったとすると、駆け足の時間は７分間、進む距離は、

$70\times5+120\times7=1190$（m）

→実際の距離よりも、$1190-1090=100$（m）余分に進む。

徒歩の時間を１分増やすと、$120-70=50$(m)短くなる。

→ $100\div50=2$（分）徒歩の時間を増やす。

→ $5+2=7$（分間）　答え　E

（2）連立方程式で解くと次のようになる。

徒歩の時間をｘ（分）、駆け足の時間をｙ（分）とおく。

$x + y = 12$ …①

$70x + 120y = 1090$ …②

①× 120　にすると、

$120x + 120y = 1440$ …③

③式－②式より、$50x = 350 \rightarrow x = 7$(分間)

（3）面積図で解くと図４のようになる。

徒歩で進んだ距離は左側の長方形、駆け足で進んだ距離は右側の長方形の面積で表せる。①実際に進んだ距離は 1090（m）である。②もし、12分間すべて駆け足で進んだとすると、120 × 12 = 1440（m）行ったことになる（点線で囲まれた面積)。③駆け足と徒歩の速度の差は、120 － 70 = 50（m／分）で、「仮定」と「実際」の距離の差は 350 mである。④したがって、徒歩で進んだ時間は、350 ÷ 50 = 7（分間）となる。

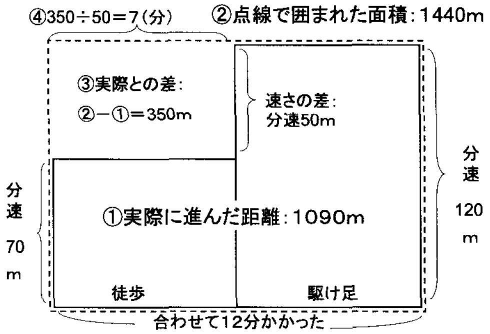

図4. 面積図による解法

模範の解法は、速く解けるのは確かである。勘がよければ一発で当たる。しかし、勘が今一歩の場合、最後の「減らす」(または「増やす」) でミスを犯しやすいかもしれない。また、これらの問題のように比較的やさしい問題であれば、連立方程式で解いても、スムーズに解けるものと思われる。ただし、方程式によっては時間がかかる。面積図においても、やはり慣れなければ、ある程度の時間が必要となるかもしれない。しかし、面積図という確かな根拠に基づき、数量を視覚的に把握することができる。そこで、解答の正確性が高まることが期待できる。

V　まとめ

①モチベーションを高める、②科学的・合理的に考える、③練習・トレーニングの努力を継続する、一般に、これらのことを通じて学力は向上すると考えられる。これは、数のリテラシーに関する教育においても同様である。基礎教育の導入においても、創意工夫を施し、興味・関心を高めるように努める。文章題は図式化し、視覚的に捉えるようにする。このことにより、確かな根拠に基づいて考察することが可能である。また、入口から出口までを見据えて、就職試験等に関連する問題を通して、企業や社会から要請される能力を自覚させる。そして、論理的な思考力とともに、熟考するチカラを育てていきたいところである。また、正しい状況判断力とともに、確かな根拠に基づいて正しく推論するチカラも養えれば幸いである。『国家の品格』[2] の中でも指摘されているように、算数・数学と国家の底力とは、意外にも緊密な関係にある。高等教育機関で教育に携わる立場としては、学生一人ひとりの人格を育みつつ、「国家百年の計」としての教育を意識して取り組むことも重要であろう。

【参考文献】

1）Calvin C. Clawson（1996）Mathematical Mysteries（好田順治訳『数学の不思議』青土社、1998)
2）藤原正彦（2005）『国家の品格』新潮新書
3）飯島徹穂・岩本悌治・佐々木 隆幸（2004）『大学生の数学リテラシー』共立出版株式会社
4）伊藤誠彦（2010）『超速マスター！ SPI【無敵の解法パターン】』高橋書店
5）国立教育政策研究所（2004）『PISA2003 調査評価の枠組み：OECD 生徒の学習到達度調査』ぎょうせい
6）水野純（2007）『インド式かんたん計算法』(ニヤンタ・デシュパンデ監修）知的生き方文庫
7）R.M. シャープ･S. メッツナー著（山崎直美訳『算数・数学―パズルと手品―』さえら書房、2000)
8）清水美憲（2007）OECD/PISA における数学的リテラシー評価問題の特徴、教育テスト研究センター第６回研究会報告書、p.1-6